

## El Modelo De Tres Factores De Fama & French: Aplicación En El Mercado De Valores Peruano

Juan Gabriel López Vera<sup>1</sup>

Universidad Católica de Santiago de Guayaquil

### Resumen

*La valoración de empresas en su totalidad o en una parte de ellas es una necesidad preponderante en el contexto empresarial actual. La literatura financiera ha venido creando desde hace tiempo una serie de métodos que dependiendo de las necesidades de cada evaluador se adoptan para describir de mejor forma el valor. En este trabajo se contrastan las teorías clásicas de valoración de activos (MVAC, APT) de capital con la metodología propuesta por Fama & French, el llamado modelo de los tres factores. Fama & French sostenían que los retornos accionarios de las empresas no podrían ser explicados únicamente por la tasa libre de riesgo y la prima que exigen los inversionistas por arriesgar más. Concretamente, la propuesta de Fama & French es que los factores ligados al tamaño de la empresa (SMB) y su ratio valor libro / valor de mercado (HML) podían recoger explicaciones adicionales que el MVAC (CAPM, por sus siglas en inglés) no logra capturar. El enfoque de esta investigación es aplicar la propuesta de Fama & French sobre la valoración de activos en el mercado peruano. Como se verá más adelante, no se puede aplicar de manera estricta el modelo por particularidades del mercado peruano de valores así como las estructuras propias de la empresa que son recurrentes en la emisión de valores. Se aplican técnicas estadísticas para medir la relevancia del modelo en Perú así como se propone una alternativa que puede potenciar la ecuación original de Fama & French siempre que la formación de expectativas de rendimientos de los inversionistas se basen sobre el costo máximo de endeudamiento posible más el costo de un activo libre de riesgo, abandonando así el carácter estacionario del parámetro  $R_f$  de la ecuación de Fama & French.*

**Palabras Claves:** Modelo de tres factores de Fama & French, MVAC, APT, Valoración de Activos

### Abstract

The company valuation in whole or in part of them is an overriding need in today's business context. The financial literature has long been creating a series of methods depending on the needs of each evaluator adopted to describe best value. In this paper the classical theories of asset pricing (MVAC, APT) capital with the methodology proposed by Fama & French, called the model of the three factors is contrasted. Fama & French argued that stock returns of firms could not be explained solely by the risk-free rate and the premium demanded by investors for risk more. Specifically, the proposed Fama & French is that factors related to firm size (SMB) and book value ratio / market value (HML) could collect additional explanations the MVAC (CAPM, in English) no captures. The focus of this research is to apply the proposed Fama & French on the valuation of assets in the Peruvian market. As will be seen below, it is not strictly applied the model by peculiarities of the Peruvian market and the structures of the company that are recurrent in the issuance of securities. Apply statistical techniques to measure the relevance of the model in Peru as an alternative that can enhance the original equation Fama & French intends when ever the formation of expectations investors returns based on the maximum possible cost of borrowing plus cost of a risk-free asset, thus abandoning the stationary character of  $R_f$  parameter equation Fama & French.

**Keywords:** Three-factor model of Fama & French , CAPM , MVAC , APT , Asset Valuation

---

<sup>1</sup> Economista, Universidad Católica de Santiago de Guayaquil. MBA, Universidad Carlos III de Madrid. Estudiante de Doctorado en Administración de Empresas en Pontificia Universidad Católica de Perú.

## 1. Introducción

La valoración de empresas en su totalidad o en una parte de ellas es una necesidad preponderante en el contexto empresarial actual. La literatura financiera ha venido creando desde hace tiempo una serie de métodos que dependiendo de las necesidades de cada evaluador se adoptan para describir de mejor forma el valor. La diversidad de corrientes del pensamiento financiero en valoración pone al descubierto que no existen métodos único que representen de forma inequívoca el valor deseado, sin embargo, todos ofrecen mayor confianza que una valoración efectuada tomando en cuenta las razones contables del negocio.

Dentro de este debate, el principal elemento de medición que tienen los inversionistas para valorizar y tomar decisiones sobre el mantener o abandonar su posición accionaria es el comportamiento del precio de las acciones. Los modelos predictivos actuales se fundamentan en la teoría moderna de portafolios y la teoría de finanzas conductuales los cuales se han ido mejorando a medida que se ha incorporado algunas hipótesis trabajadas en otras ciencias como la economía (racionalismo, por ejemplo) y ciencias de la vida (movimiento browniano, por ejemplo).

La asignación de un valor a la relación entre rentabilidad y riesgo es el centro de gran debate en las teorías modernas de valoración de activos financieros. La mayoría de modelos actuales se derivan del tradicional Modelo de Valoración de Activos de Capital (MVAC, o CAPM, por sus siglas en inglés), dicho modelo tiene su génesis en la teoría de carteras formalizado por Markowitz (1959).

Markowitz supone de manera activa que los inversionistas siempre utilizan el principio de diversificación para mejorar el rendimiento de sus papeles. Si bien es cierto el riesgo no se elimina de forma absoluta, se puede lograr mejores alternativas que lo equilibren y aseguren un retorno que satisfaga sus expectativas. Por supuesto que para que se logre ese objetivo es importante la definición de sus preferencias al riesgo (preferencia, tolerancia o aversión). Sin embargo, eso también puede influir para trasladar información a otros tenedores en el mercado como también provocar especulaciones no deseadas que dañen el comportamiento saludable del mercado financiero.

Markowitz (1952) basa la elección de portafolios de inversión en la eficiencia del mercado y la racionalidad de los inversionistas, asume que ellos tienen como perfil de riesgo la aversión y que por tanto sólo prefieren aquella combinación que provea del rendimiento promedio más alto y con la menor varianza posible, es decir, con la menor fluctuación de rendimientos en el tiempo.

La propuesta de Sharpe (1964) y Lintner (1965) del MVAC se sustenta en un modelo lineal con rango positivo, para obtener la rentabilidad esperada de un activo a partir de la covarianza entre su rentabilidad histórica y la de la cartera de mercado, esta última formada por un conjunto de activos financieros igualmente atractivos y que suponen un contrapeso ante las oscilaciones del riesgo propio que podrían afectar negativamente la valoración del título propio.

La covarianza en el MVAC simboliza una medida de riesgo de mercado, la cual también se llama "Beta" y es el único determinante para que haya cambios relevantes en la rentabilidad esperada de los activos y por tanto en las expectativas sobre el comportamiento futuro del título propio.

Las premisas sobre las que se construye el MVAC son presentadas por Jensen (1972) cit. por (Valls Martínez, 2001):

- Mercado eficiente y perfecto, lo cual supone la ausencia de concentración y asimetría en la información diluyendo así el poder de mercado.
- Los inversores tienen el mismo perfil de riesgo con respecto a los activos negociados ya que tienen la misma información, como resultado de la extrema perfección y eficiencia que se tiene en el mercado.
- Los inversores son racionales y por tanto buscarán maximizar su rendimiento al menor riesgo posible. (Perfil de inversor moderado)
- Los costos de transacción y los impuestos son iguales para todos los inversores, lo cual explicaría el comportamiento de las políticas de inversión de la empresa como un esfuerzo por incrementar el rendimiento sin considerar al mismo como una intención de concentrar mercado y por tanto influir luego en la especulación.
- Existencia de un activo libre de riesgo.

Como se podrá apreciar, el MVAC sugiere que si se tienen activos con alta beta entonces se tiene un mayor rendimiento posible en contraste con aquellos que tienen una beta más baja. Por otro lado, supone que la perfección y eficiencia del mercado puede autorregularse a sí mismo y por tanto los fallos tradicionales del mercado expuestos en la teoría microeconómica serían tan irrelevantes que no podrían influir en la determinación del rendimiento esperado.

Aunque este análisis seduce por su simpleza y claridad para vincular el rendimiento propio como un resultado del mix de instrumentos que se conforman para lograr el menor riesgo posible, no ha sido del todo suficiente para aceptar la supremacía del MVAC como modelo único de estimación. Las puestas a prueba del MVAC no presentan resultados muy alentadores sobre todo en mercados internacionales, autores como Black, Jensen & Scholes (1972), Gibbons (1982), Shanken (1985) y Rubio (1988) demuestran que el principal fallo del modelo es la asunción de perfección y eficiencia del mercado lo cual le restaría importante validez sobre todo para medir el riesgo sistemático (Beta) y proponen la necesidad de que existan más factores de estos para tener un mejor entendimiento de la rentabilidad.

Dada esa divergencia, Ross (1976) propone la “Arbitrage Pricing Theory” (APT) el cual se sustenta en una versión generalizada del MVAC permitiendo tener varios factores de riesgo. La forma como se obtienen dichos factores tiene dos aproximaciones, una teórica y una estadística. La teórica tiene dos vertientes, por un lado establece como línea base el uso de variables macroeconómicas que sean capaces de representar los riesgos sistemáticos de la economía. Chen, Roll & Ross (1986) señalan a las siguientes variables como posibles indicadores de dichos riesgos sistemáticos de la economía:

- Confianza del inversionista
- Tasas de Interés
- Inflación
- Actividad Económica sectorial o total (PIB por industrias o total)
- Índice de mercado (Confianza empresarial, por ejemplo)

Otra línea de estudio teórico se sustenta en información sobre las características de las empresas, diferentes al riesgo beta, las cuales pueden explicar de mejor forma las diferencias existentes en la elasticidad de los rendimientos de los activos financieros con respecto a su riesgo sistemático. Algunas de estas características son: Tamaño de la empresa (Banz (1981)); Tendencia de las empresas pequeñas a poseer mayores betas de mercado aunque estas no sean lo suficientemente altas como para sustentar sus mayores rentabilidades medias, siendo esta condición atribuida a las razones financieras que vinculan las medidas contables con sus valor de mercado (Basu (1983), Rosenberg, Reid & Lanstein (1985), Fama & French (1992)); las empresas con betas más altos se exponen a un riesgo que no es transmitido de forma completa por el riesgo beta sino por las características financieras, de manera que la rentabilidad esperada tiene más vínculo con su comportamiento transversal (3 o 12 meses, último s a su situación actual) que con su conducta tendencial (Jegadeesh y Titman (1993)).

Los supuestos de este modelo son:

- Mercados perfectos
- Preferencias homogéneas de los inversionistas con respecto a los factores que explican el comportamiento de los activos de riesgo.
- El stock de activos es mayor a los factores que explican su rendimiento.
- Los factores no guardan relación lineal entre sí (con lo cual queda descartado algún problema de especificación del modelo como la multicolinealidad, la heterocedasticidad o la autocorrelación).

Sin embargo, el principal problema del APT es que su falta de especificación sobre cuáles son las variables de riesgos sistemáticos que explican al rendimiento esperado, dejan al modelo muy discrecional y por tanto no se puede tener una mayor generalización que de manera homogénea pueda explicar lo que ocurre en mercados internacionales distintos, con mayor o menor grado de desarrollo del flujo de capitales.

Debido a estas particularidades en el comportamiento del mercado financiero, se retoma un modelado especial para poder analizar las fluctuaciones y tendencias en los activos financieros.

Este modelado se fundamenta en las propuestas del botánico inglés Robert Brown, quien “observaba el movimiento errático que tenían partículas orgánicas finas suspendidas en un gas o en un líquido”(Cepeda, 2007), las conclusiones del “movimiento browniano” es que muchas ocasiones existen casos donde es casi imposible aplicar un fundamento teórico o una ley que describa el comportamiento de variables que tienen un comportamiento impredecible y por tanto su valor está definido por las ideas que se encuentren en ese momento en el aire para que su aplicación sea aceptada.

Este comportamiento fue acogido para la valoración de activos financieros por primera vez por Louis Bachelier para intentar formalizar su “teoría de la especulación” que permita explicar la dinámica de los precios de las acciones en la Bolsa de Reino Unido. Luego Black y Scholes (1973) lo retoman para poder explicar el comportamiento de los derivados, es especial de las opciones. Aunque sus estudios se fundamentan básicamente en esos instrumentos, no se puede despreciar su contribución a dotar de una nueva óptica para interpretar las decisiones de identificar y valorar las alternativas de abandonar o aperturar nuevos mercados que otorguen mayor valor a los proyectos de inversión.

## 2.- El modelo de Fama & French

### Fundamentación Teórica

Fama, Eugene (1970, b) inicia su crítica al modelo MVAC, exponiendo que su naturaleza es estática y que sólo en condiciones de preferencias y oportunidades futuras extremadamente especiales puede tener verdadera utilidad para usarlo como medio de explicación del comportamiento de precios de un activo financiero en varios períodos.

Luego en 1993 junto a Kenneth French, proponen un modelo de tres factores donde indican que mucha de las anomalías de las variaciones frecuentes sobre los retornos promedios del MVAC tienen estrecha relación entre sí, aportando de esa manera suficiente evidencia como para desanclar la hipótesis previa de que la estructuración del MVAC es inmune a la autocorrelación o a la heterocedasticidad.

Fama & French (1996) cit. por (Rubio, 2004) indican que el exceso de retorno esperado de una cartera<sup>2</sup> se puede definir por los siguientes tres factores:

- El retorno en exceso de una cartera de un mercado amplio. Esta es la beta clásica del modelo MVAC.
- La diferencia entre el retorno de una cartera de pequeñas acciones y el retorno de una cartera de acciones grandes (SMB, *small minus big*). El uso del estimador SMB ha sido testeado por Huberman & Kandel (1987), teniendo evidencia positiva de que hay perturbaciones en las acciones con bajo patrimonio bursátil que no son definidos totalmente por el retorno de mercado y que se puede explicar por las fluctuaciones del retorno promedio.
- La diferencia entre el retorno de una cartera con acciones de alto patrimonio contable a patrimonio bursátil y el de una cartera con acciones de bajo patrimonio contable a patrimonio bursátil (HML, *high minus low*). El uso del estimador HML ha sido probado por un trabajo de Chan & Chen (1991) en donde demuestran que existe covarianza entre los retornos vinculados a perturbaciones que no son explicados por el retorno de mercado pero sí por los retornos promedios.

Teniendo en cuenta estos elementos, se puede expresar el retorno esperado de la siguiente manera:

$$E(R_e - R_f) = \beta_i * (E(R_m) - R_f) + \beta_{smb} * E(SMB) + \beta_{HML} * E(HML) \quad (\text{Ec. 1})$$

Donde  $E(R_m) - R_f$ ,  $E(smb)$  y  $E(hml)$  son las primas esperadas con respecto a la diferencia entre la tasa de mercado y la tasa libre de riesgo, la diferencia en retorno de una cartera SMB y la diferencia entre el retorno de una cartera HML, respectivamente. Mientras que  $\beta_i$ ,  $\beta_{smb}$  y  $\beta_{hml}$  representan las pendientes de cada una de las primas esperadas. Todos estos parámetros deben de ser significativos así como el modelo debe asegurar la mayor vinculación lineal entre las variables (correlación cercana a 1 ó -1).

Dejando Ec. 1 planteada sólo en términos de  $R_e$ , se tendría la Ec. 2 que es con el instrumento que se trabajará de aquí en adelante.

$$E(R_e) = R_f + \beta_i * (E(R_m) - R_f) + \beta_{smb} * E(SMB) + \beta_{HML} * E(HML) \quad (\text{Ec.2})$$

<sup>2</sup> Se refiere a la prima que resulta de la diferencia entre el Rendimiento Esperado ( $R_e$ ) y la Tasa Libre de Riesgo ( $R_f$ )

Donde  $R_f$  se representa por una constante arbitraria que recoge todas las perturbaciones que no son recogidas por HML y SMB.

Fama & French (1995) vinculan a HML y SMB con las utilidades contables de las empresas para intentar sostener el comportamiento previsible de las utilidades futuras descontadas. Así, un bajo ratio de patrimonio contable a patrimonio bursátil es una característica típica de empresas con un alto retorno promedio sobre el capital (acciones de crecimiento) mientras que empresas con un alto ratio de patrimonio contable a patrimonio bursátil son firmas que se encuentran en problemas. El suponer explícitamente la racionalidad económica en los tenedores, lleva a concluir que empresas pequeñas o con un ratio patrimonio contable a patrimonio bursátil relativamente alto son firmas que posiblemente tienen un comportamiento más débil que aquellas con características contrarias. Por tanto, los retornos más altos en esas compañías son una respuesta al riesgo más alto que aceptan los tenedores por invertir en ellas.

A partir de este modelo se puede interpretar que Fama & French (1993) sostienen la racionalidad en la valoración de acciones, argumentando que las diferencias sistemáticas en los retornos promedios se atribuyen directamente al riesgo. Teniendo en cuenta ello, el patrimonio bursátil y el ratio patrimonio contable a patrimonio bursátil se constituyen en una aproximación bastante confiable para medir la sensibilidad a partir de factores comunes de riesgo en los retornos.

Según (Brighman & Ehrhardt, 2013), otra evidencia que aporta el modelo de Fama y French es que las empresas con problemas pueden tener una mayor sensibilidad ante cambios en el entorno del ciclo económico como por ejemplo, las condiciones de crédito, etc., en comparación con firmas más solventes. Por otro lado, el tiempo de duración de las ganancias de empresas con alto crecimiento debería ser más largo que aquellas con bajo ratio de crecimiento, entonces, la estructura de tiempo afectaría de manera opuesta a los grupos de alto y bajo crecimiento.

Fama & French (1993) indican que las carteras construidas para estudiar los factores de riesgo relacionados al patrimonio bursátil y el ratio patrimonio contable a patrimonio bursátil aportan en gran medida a explicar la variación de los retornos propios vinculados a la cartera de mercado. Para (Schiebl, 2014) su estudio evidencia que existe una fuerte relación entre los factores de riesgo asociados al patrimonio bursátil y el ratio patrimonio contable a patrimonio bursátil, la variación de los retornos accionarios y aportan en gran medida para explicar el corte transversal de los retornos promedios (análisis coyuntural del comportamiento de los rendimientos propios).

Fama & French (1994) también usan este modelo de tres factores para explicar los retornos de las industrias a partir de los ratios utilidad a precio, flujos de caja a precio y crecimiento de las ventas. Por otro lado, Fama & French (1995) afirman que los altos ratios patrimonio contable a patrimonio bursátil se podrían atribuir a una baja razón utilidad a patrimonio contable, mientras que un bajo ratio patrimonio contable a patrimonio bursátil se podría asociar a una constante alza en el ratio utilidad a patrimonio contable.

Sintetizando lo hasta ahora expuesto, se puede concluir que:

- Acciones con bajo ratio patrimonio contable a patrimonio bursátil, bajo ratio utilidad a precio y alto crecimiento de ventas son empresas fuertes que tienen pendientes negativas en la variable HML, la interpretación de esa pendiente es que se prevé retornos esperados más bajos.
- Acciones con alto ratio patrimonio contable a patrimonio bursátil, alto ratio utilidad a precio, alto ratio flujo de caja a precio y bajo crecimiento en ventas son empresas débiles que tienen pendientes positivas de HML, la interpretación de esa pendiente es que se prevé altos retornos esperados.

Este modelo de tres factores explica también el efecto de reversión en los retornos de largo plazo estudiados por DeBont y Thaler (1985). Acciones que en el pasado tuvieron bajos retornos de largo plazo (perdedores) tienen a tener pendientes positivas en HML y SMB (empresas relativamente pequeñas y con problemas) y por tanto altos retornos futuros esperados. Mientras que los ganadores de largo plazo tienen a ser acciones fuertes con pendientes negativas sobre HML y bajos retornos futuros esperados.

Fama & French (1995) tienen como objetivo dotar de una explicación económica a las relaciones que a priori existen entre los retornos promedios de las acciones, su tamaño y su ratio patrimonio contable a patrimonio bursátil. Para ello formulan como hipótesis de su trabajo:

- Deben de existir factores de riesgo común en los rendimientos asociados con patrimonio bursátil y el ratio patrimonio contable a patrimonio bursátil.

- La forma como se comportan las dos variables anteriores debe ser explicado por la tendencia del comportamiento de las ganancias.

Sin embargo, el contraste efectuado por Fama & French et. al (1995) sólo logra aportar de manera favorable a la segunda hipótesis en el sentido de que firmas con bajo ratio patrimonio contable a patrimonio bursátil se asocian a crecimiento sostenido y fuerte rentabilidad y viceversa.

Los modelos multifactoriales como se puede apreciar, se fundamentan en variables económicas, financieras o estadísticas que sean cuantificables y medibles. De manera que el ajuste de los modelos de estimación del rendimiento para los accionistas es mayor dado que las sensibilidades se presentan desde un enfoque multidimensional y por tanto se recogen otras perturbaciones que el modelo original del MVAC u otros derivados sobre ese modelo base que adolecen de presentar una visión más completa del mercado financiero.

Algunos detractores de Fama y French sostienen que el modelo expuesto por ellos presenta, desde sus puntos de vistas, serias contradicciones teóricas que limitan su potencial predictivo. A continuación se recogen algunas críticas:

- Rubio (1997) concluye que el beta de mercado y el efecto de tamaño de las empresas no tienen el suficiente poder explicativo sobre los retornos promedios esperados.
- Grinblat & Titman (2003) plantean que los factores definidos en el pasado no pueden ser una fuente fiable de explicación de retornos futuros y que existe evidencia de que las anomalías son absorbidas año con año por la forma como evoluciona el perfil de los participantes del mercado y como esas mejoras se incluyen automáticamente en las cotizaciones bursátiles.
- Roger & Securato (2007) & Bornholt (2006) aunque no coinciden de forma absoluta con la estructuración de Fama y French en cuanto se refiere a la medición del riesgo a partir de las combinaciones SMB y HML, llegan a concluir similitudes bastante cercanas a la aplicación de otros modelos multifactoriales transformados como el APT y el Reward Beta.

### Metodología

Retomando la ecuación 2

$$E(R_e) = R_f + \beta_i * (E(R_m) - R_f) + \beta_{smb} * E(SMB) + \beta_{(HML)} * E(HML)$$

Se pueden efectuar tres cortes a la misma para explicar cuáles son las variables que se necesitan para la estructuración del modelo

#### Riesgo de mercado

$$(E(R_m) - R_f) \tag{Ec. 3}$$

Al igual que en el MVAC, el rendimiento promedio de un activo financiero está ligado al riesgo de mercado, el mismo que representa al riesgo sistemático al que se enfrenta el activo y que se origina de la elasticidad que tenga dicho activo frente al rendimiento del mercado. En otras palabras, es la compensación que espera tener el inversionista por tomar un activo cuya volatilidad es mayor a un papel libre de riesgo (bonos soberanos, por ejemplo)

El valor de esta variable se calcula diferenciando la Tasa de Mercado de la Tasa Libre de Riesgo.

#### Riesgo Asociado al Tamaño de la Empresa

$$E(SMB) \tag{Ec. 4}$$

Fama & French involucran en su modelo al tamaño de la empresa como una fuente de explicación del comportamiento del rendimiento esperado de los accionistas. La razón es porque, según evidencia empírica, las empresas de tamaño menor tienen un retorno muy superior al que el MVAC recoge.

Aunque existe algunos supuestos relacionados a que las empresas pequeñas que por tener una estructura menor son más dinámicas que negocios grandes y por tanto pueden responder de mejor forma a las necesidades de

rendimiento en tomas de decisiones relacionadas con el coste, la operación y otras, en la práctica todas estas hipótesis no han podido demostrar una fuerte relación con su rendimiento aparentemente mayor.

Para poder estimar la prima por el riesgo asociado al tamaño (Walker, 2003) sugiere lo siguiente:

1. Formar un listado de las empresas seleccionadas en base a su tamaño agrupándola en 10 deciles.
2. Generar dos carteras, una que agrupe a los 5 deciles más pequeños y la otra a los 5 deciles más grandes.
3. Restar los retornos entre ambas carteras, de esa manera se obtiene el parámetro  $E_{SMB}$

### Riesgo Asociado al Efecto Valor

$$E_{(HML)} \quad (Ec.5)$$

El efecto valor se refiere a la relación existente entre el valor en libros y el valor de mercado de las acciones de la empresa, esa relación es precisamente da cuenta del riesgo que afecta el rendimiento de las empresas dado que las empresas de baja valoración son susceptibles a bajas en el mismo en momentos de crisis económica. Si esta condición se traduce a un inversionista de un pequeño negocio ante una crisis económica este exigirá un prima extra por mantener sus papeles en esa empresa. Fama & French plantean como procedimiento para determinar la prima de este tipo de riesgo se debe restar el rendimiento de títulos de empresas de alta valoración y el rendimiento de aquellas empresas de baja valoración.

Para determinar la prima de riesgo del efecto valor, Walker et. al (2003) plantea:

1. Hacer un listado de las empresas de acuerdo a la que tenga el mayor efecto valor, agrupándolas en 10 deciles de menor a mayor.
2. Formar dos carteras, una que agrupe a aquellas empresas con el efecto valor más alto (deciles 8 al 10) y la otra que agrupe a las empresas con el menor valor las mismas que se ubicarían en el top del listado (deciles 1 al 3).
3. Restar los rendimientos de ambas carteras, de esa forma se obtiene el valor de  $E_{HML}$

### Datos

Para el desarrollo de este trabajo se utiliza de manera inicial una muestra de 22 empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de Lima y se tomó como período de análisis entre enero de 2011 y diciembre 2014. Siguiendo las recomendaciones de Fama & French (1992) no se incluyen para este análisis a compañías financieras dado que estas por su naturaleza tienen un nivel mayor de apalancamiento versus las empresas no financieras. Esta condición supone un sesgo para las carteras en lo que respecta al ratio libro bolsa.

A continuación se presentan las empresas tomadas para el análisis y un breve extracto de la actividad a la que se dedican. Dicha información es tomada de la página web de la Bolsa de Valores de Perú.

#### **MINSUR S.A.**

De acuerdo a su Estatuto, puede desarrollar todas las actividades que comprenden la industria minera y, particularmente, la exploración y explotación de yacimientos de minerales y el beneficio de éstos últimos, plantas de beneficio, refinación de minerales, así como también todas las operaciones conexas con estos fines. La empresa cuenta con tres Unidades de Producción: Nueva Acumulación Quenemari San Rafael (Puno), la Planta de Fundición y Refinación de Pisco (Ica) y la Mina Pucamarca (Tacna). Explota mineral de estaño y oro.

#### **AGROINDUSTRIAL LAREDO S.A.A**

Empresa dedicada a la producción y comercialización de azúcar y sus derivados (alcohol, melaza, bagazo y otros) a partir del cultivo e industrialización de la caña de azúcar y la molienda de caña de sembradores.

#### **INVERSIONES CENTENARIO S.A.A**

Tiene por objeto realizar inversiones en valores bursátiles y extrabursátiles, de renta fija o variable, así como bienes muebles e inmuebles. Asimismo, puede dedicarse a la compra-venta de inmuebles en general, arrendamiento y subarriendo de bienes propios y de terceros, construcción de inmuebles, habilitación urbana, prestación de servicios de corretaje y elaboración de proyectos de ingeniería en general así como prestación de servicios de gerencia.

#### **CORPORACIÓN LINDLEY S.A**

La sociedad tiene por objeto dedicarse a la formulación, fabricación, embotellado, venta, distribución y comercialización de bebidas gaseosas carbonatadas, bebidas gasificadas y no gasificadas (jarabeadas y no jarabeadas), sodas, pulpa y jugos de fruta para la producción de néctar; a la distribución de productos o mercaderías de terceros; almacenamiento y transporte de bienes en general; a la fabricación de todo tipo de envases descartables; y al negocio de agricultura y agroindustria.

#### **CONSORCIO CEMENTERO DEL SUR S.A**

La empresa tiene como objeto social dedicarse a la tenencia de acciones "holding", con este fin puede realizar inversiones en valores mobiliarios, tales como acciones, lotes de valores mobiliarios de las sociedades de inversión, así como transacciones por cuenta propia tales como compra de deuda financiera y/o comercial, créditos, facturas y demás títulos valores; también puede dedicarse a la elaboración de cemento, cal en todos sus tipos y variedades, incluida la extracción y molienda de los minerales metálicos y premezclado; entre otros.

#### **LIMA CAUCHO S.A**

Empresa dedicada a la producción, compra y venta de llantas, cámaras para vehículos y, en general, a toda clase de artículos de caucho material o plástico o similar o sustituto de éstos.

#### **CORPORACIÓN ACEROS AREQUIPA S.A**

La sociedad tiene por objeto dedicarse a la manufactura, elaboración, comercialización, distribución y venta de hierro, acero, otros metales y sus derivados, en diferentes formas y calidades; así como productos de ferretería y construcción en general. Asimismo, se puede dedicar a elaborar y/o comercializar los insumos y elementos que se utilizan como materia prima en los bienes y productos indicados; importar y exportar para su utilización, distribución y venta, los bienes y productos mencionados.

#### **EMPRESA EDITORA EL COMERCIO S.A**

La sociedad se dedica principalmente a la edición, publicación y distribución del diario "El Comercio". Además se dedica a la edición, publicación y distribución de libros, folletos, diarios y semanarios y a todo tipo de publicaciones gráficas; a la producción y distribución de noticias y servicios informativos y de entretenimiento en cualquiera de sus formas y a través de cualquier medio de comunicación, así como a las inversiones en medios de comunicación radiales o televisivos.

#### **SOCIEDAD MINERA CORONA S.A.**

Exploración y explotación de derechos mineros propios para producir concentrados de cobre, plata, plomo y zinc y actividades relacionadas con la generación de energía eléctrica.

#### **EMPRESA AGROINDUSTRIAL POMALCA C.A.A**

La empresa tiene por objeto desarrollar actividades de cultivo de caña de azúcar y otros productos agrícolas, su transformación agroindustrial y su comercialización tanto en el mercado interno como en el mercado externo, así como realizar otras actividades económicas que resulten complementarias o necesarias a la actividad principal. Asimismo, podrá dedicarse a la industria y comercial en general.

#### **COMPAÑÍA MINERA BUENAVENTURA S.A.A**

Sociedad constituida en 1953 que se dedica (por cuenta propia y asociada con terceros) a la exploración, extracción, concentración y comercialización de minerales polimetálicos y metales. Buenaventura opera directamente nueve unidades mineras ubicadas en el Perú (Uchucchacua, Orcopampa, Poracota, Julcani, Recuperada, Antapite, Ishihuinca, Mallay y Breapampa) y tiene el control de dos compañías peruanas que poseen las minas de Colquijirca, Shila y Paula. Asimismo mantiene inversiones en acciones de otras empresas dedicadas a la actividad minera, entre las que se encuentran Minera Yanacocha S.R.L. y Sociedad Minera Cerro Verde S.A.A.

#### **AGROINDUSTRIAS SAN JACINTO S.A.A**

Es objeto de la Sociedad el cultivo, transformación e industrialización de caña de azúcar y otros productos agrícolas, así como la comercialización tanto en el mercado interno como externo de los productos y subproductos derivados de su actividad principal, incluyendo sin limitarse a la producción y comercialización de azúcares, alcoholes, melaza, fibra de bagazo y etanol. Asimismo, la Sociedad podrá realizar actividad ganadera y cualquier otra actividad económica que resulte complementaria o necesaria a la actividad principal.



**TELEFÓNICA DEL PERÚ S.A.A**

Explotar y prestar toda clase de servicios de telecomunicaciones, pudiendo para tal efecto dedicarse al diseño, instalación, conservación, refacción, mejora, adquisición, enajenación, interconexión, gestión, administración y cualquier otra actividad vinculada a líneas, satélites, equipos, sistemas, incluyendo base de datos, software e infraestructuras técnicas de telecomunicaciones, actuales o futuras.

**LUZ DEL SUR S.A.A**

El objeto de la sociedad es, en general, dedicarse a las actividades de distribución, transmisión y generación eléctrica. Puede desarrollar además cualesquiera otras actividades vinculadas o derivadas de la utilización, explotación y/o disposición de su infraestructura, recursos, activos, así como las relacionadas con su objeto principal. Luz del Sur tiene una zona de concesión de 3,000 km<sup>2</sup>, que abarca 30 municipios de Lima que en conjunto incluyen más de 4 millones de habitantes.

**ALICORP**

La sociedad tiene por objeto social dedicarse a la industria, exportación, importación, distribución y comercialización de productos de consumo masivo, principalmente alimenticios y de limpieza, en sus más variadas formas, en especial los que corresponden a la industria oleaginosa, de jabones, detergentes, grasas industriales, café, productos cosméticos, de higiene y limpieza personal, y productos afines y derivados de los citados. Igualmente, a la industria y comercio del trigo y/o cualquier cereal, en sus más variadas formas de harinas, fideos, galletas y toda clase de productos y subproductos harineros.

**CEMENTOS PASCAMAYO**

La sociedad tiene por objeto dedicarse a la elaboración y fabricación de cementos, cal, agregados, bloques y ladrillos de cemento, concreto pre-mezclado y otros materiales de construcción, sus derivados y afines, incluida su comercialización y venta, en el Perú y en el extranjero. Asimismo, la sociedad podrá realizar todo tipo de actividades mineras de cateo, prospección, exploración, desarrollo, explotación, comercialización, labor general, beneficio y transporte, así como realizar todas las actividades relacionadas con la prestación del servicio de transporte de mercancías en general y de materiales y residuos peligrosos, incluidos insumos químicos y bienes fiscalizados y celebrar y suscribir todos los actos y contratos convenientes para la consecución de su objeto social.

**UNIÓN DE CERVECERÍAS PERUANAS BACKUS & JHONSTON S.A.A**

Constituye objeto principal de la empresa dedicarse a la elaboración, envasado, venta, distribución y toda clase de negociaciones relacionadas con bebidas malteadas y maltas, bebidas no alcohólicas y aguas gaseosas. También constituye objeto de la sociedad la inversión en valores de empresas sean nacionales o extranjeras; la explotación de predios rústicos; la venta, industrialización, comercialización y exportación de productos agrícolas; así como la prestación de servicios de asesoría en todo lo relacionado con las actividades antes mencionadas.

**VOLCAN COMPAÑÍA MINERA S.A.A**

Exploración y explotación de denuncios mineros, y la correspondiente extracción y tratamiento de minerales metalíferos no ferrosos, excepto minerales de Uranio y de Torio, así como su posterior comercialización, tanto en el mercado interno como externo.

**COMPAÑÍA MINERA ATACOCHA S.A.A**

Su Estatuto Social señala que la empresa tiene por objeto social llevar a cabo todas las actividades que comprende la industria minera y particularmente la exploración y explotación de yacimientos mineros y el beneficio de éstos últimos, así como el tratamiento, comercialización, fundición, refinación y todas las demás actividades conexas. La unidad operativa de la Sociedad es la Unidad Minera Atacocha ubicada en Cerro de Pasco y produce concentrados de zinc, plomo y cobre con contenidos de oro y plata.

**CASA GRANDE S.A.A.**

Es objeto de la Sociedad el cultivo, transformación e industrialización de caña de azúcar y otros productos agrícolas, así como la comercialización tanto en el mercado interno como externo de los productos y subproductos derivados de su actividad principal, incluyendo la producción y comercialización de azúcares, alcoholes, melaza, fibra de bagazo y etanol.

**CARTAVIO**

Desarrollo de actividades agroindustriales de cultivo de caña de azúcar y otros productos agrícolas, producción de azúcar, alcohol y otros derivados y su comercialización en el mercado interno. Puede también importar o exportar bienes de la misma naturaleza.

La selección de estas empresas asegura una distribución equilibrada entre los principales sectores de la economía peruana como son Minería (5 empresas), Industriales (7 empresas), Diversos (3 empresas, se refiere al sector intangible e inmobiliario no financiero), Agrícola (5 empresas) y Servicios Públicos (2 empresas).

### Resultados

Se comienza aplicando la técnica de los deciles para ordenar las empresas según su tamaño. El criterio seleccionado es el de los Recursos Propios, de manera que se obtiene el orden reportado en la tabla 1.

**Tabla 1: Listado de Empresas por Tamaño**

Posición	Empresas	Sector	FondosPropios
1	Corona	Minería	4,088,863
2	LimaCaucho	Industriales	5,720,456
3	CementerioSur	Diversos	25,914,091
4	Lindley	Industriales	71,965,514
5	Credicorp LTD	Diversos	94,382,317
6	ElComercio	Industriales	116,004,512
7	Laredo	Agrícola	191,489,391
8	Centenario	Diversos	200,000,000
9	Cartavio	Agrícola	206,758,960
10	Atacocha	Minería	279,768,392
11	SanJacinto	Agrícola	284,527,860
12	Pomalca	Agrícola	315,110,369
13	LuzDelSur	Servicios Públicos	331,126,932
14	Pascamayo	Industriales	531,461,479
15	Backus	Industriales	760,464,950
16	CasaGrande	Agrícola	842,345,500
17	Alicorp	Industriales	847,191,731
18	AcerosArequipa	Industriales	941,875,171
19	MinSur	Minería	961,000,840
20	Volcan	Minería	2,443,157,622
21	Buenaventura	Minería	2,748,899,240
22	TeléfonoDelPerú	Servicios Públicos	2,878,475,546

Luego, aplicando la técnica de los deciles para determinar la posición de las empresas con las que se formarán las dos carteras (Empresas Pequeñas y Empresas Grandes) para medir el riesgo por tamaño se tiene la estructura presentada en la tabla 2.

**Tabla 2: Carteras por Tamaño de Empresa**

Num Decil	Posición	Empresas por Posición	
1	2	LimaCaucho	EMPRESAS PEQUEÑAS
2	4	Lindley	
3	7	Laredo	
4	9	Cartavio	
5	11	SanJacinto	
6	13	LuzDelSur	EMPRESAS GRANDES
7	15	Backus	
8	18	AcerosArequipa	
9	20	Volcán	
10	22	TeléfonoDelPerú	

Para obtener el rendimiento promedio se calcula la media ponderada de los rendimientos de cada empresa. La ponderación se efectúa estimando el tamaño total de la cartera a través de la sumatoria de los recursos propios de cada empresa y luego se divide de manera individual el recurso propio para el tamaño total.

Luego de ello se resta el rendimiento promedio de la cartera de empresas pequeñas del de las grandes y se obtiene el parámetro  $E_{SMB}$  necesario para construir la ecuación de valoración de activos de Fama y French. Los resultados se muestran en la Tabla 3.

**Tabla 3: Cálculo de la Prima Small minus Big ( $E_{SMB}$ )**

Mes	Rend. EmpPeq	RendEmp Gr	SMB
feb-11	0.027217988	0.025856174	0.001361814
mar-11	0.119709052	-0.042553208	0.16226226
abr-11	-0.136194124	-0.192856968	0.056662844
may-11	-0.037466225	0.069525733	-0.106991959
jun-11	-0.055105058	-0.082807797	0.027702739
jul-11	0.105639402	0.116203463	-0.010564061
ago-11	-0.028314113	-0.098470002	0.070155889
sep-11	-0.08136674	-0.066852129	-0.014514611
oct-11	0.069702938	0.016996046	0.052706892
nov-11	-0.055798589	0.075367751	-0.13116634
dic-11	-0.008674523	-0.048699181	0.040024658
ene-12	0.166445993	0.103410125	0.063035868
feb-12	0.198718999	0.007254499	0.1914645
mar-12	0.005912621	0.005304629	0.000607992
abr-12	-0.015772541	-0.047387048	0.031614507
may-12	-0.091471936	-0.001806411	-0.089665525
jun-12	-0.010113855	-0.070011383	0.059897528
jul-12	-0.042075903	-0.029224973	-0.012850929
ago-12	-0.002242918	0.009838494	-0.012081412
sep-12	0.010834725	0.009123135	0.001711589
oct-12	-0.002054891	-0.041499441	0.03944455
nov-12	-0.051167342	-0.013897941	-0.037269401
dic-12	0.030937457	0.110634091	-0.079696634
ene-13	-0.046072721	0.045737551	-0.091810272
feb-13	-0.028012718	-0.064308648	0.036295931
mar-13	0.028811178	-0.065302565	0.094113743
abr-13	-0.041657822	-0.156796246	0.115138424
may-13	-0.060311643	-0.088683056	0.028371413
jun-13	-0.008608528	0.05999083	-0.068599358
jul-13	-0.060961088	-0.010770794	-0.050190294
ago-13	-0.089074935	0.126055392	-0.215130326
sep-13	-0.014736936	-0.036963383	0.022226448
oct-13	-0.069787148	0.058603931	-0.128391079
nov-13	-0.061941621	-0.074739597	0.012797976
dic-13	-0.02912855	0.01832318	-0.04745173
ene-14	0.016848999	-0.026560351	0.043409351
feb-14	0.008324055	-0.002918405	0.01124246
mar-14	-0.045042931	-0.070458572	0.025415641
abr-14	-0.008374253	0.01771912	-0.026093373
may-14	0.053578709	0.036988156	0.016590552
jun-14	0.017970753	-0.013695523	0.031666276
jul-14	0.007012943	0.049211214	-0.042198272
ago-14	-0.011006376	-0.014605708	0.003599332
sep-14	-0.036495663	-0.076163242	0.039667579
oct-14	0.008542225	-0.046486696	0.055028921
nov-14	-0.008869062	-0.018363868	0.009494806
dic-14	-0.017032023	-0.035060769	0.018028746

A continuación se procede a la estimación del parámetro  $E_{HML}$  para lo cual debe de estimarse la conformación de las carteras desde el enfoque *efecto valor*, para lo cual se ordenan las empresas según el cociente Valor Libro / Valor de Mercado de manera ascendente y se estima la posición de los grupos de deciles 1 a 3 y 8 a 10 que se usarán para determinar las carteras de *efecto valor* más bajo y más alto respectivamente. Las carteras resultantes se muestran en la tabla 4.

**Tabla 4 Carteras por Efecto Valor**

Num Decil	Posición	Empresas por Posición	
1	2	Corona	efecto valor más bajo
2	4	Backus	
3	7	Alicorp	
4	9	CementerioSur	efecto valor más alto
5	11	Buenaventura	
6	13	Lindley	
7	15	MinSur	
8	18	CasaGrande	
9	20	SanJacinto	
10	22	Pomalca	

Para obtener el rendimiento promedio se calcula la media ponderada de los rendimientos de cada empresa. La ponderación se efectúa estimando el tamaño total de la cartera a través de la sumatoria de los recursos propios de cada empresa y luego se divide de manera individual el recurso propio para el tamaño total. Luego de ello se resta el rendimiento promedio de la cartera de empresas con efecto valor más bajo de las de efecto valor más alto y se obtiene el parámetro  $E_{HML}$  necesario para construir la ecuación de valoración de activos de Fama y French. Los resultados se muestran en la tabla 5.

**Tabla 5: Cálculo de la Prima High minus Low ( $E_{HML}$ )**

Mes	Efect Value Alto	Efect Value Bajo	Riesgo Effect Value
feb-11	0.04081	(0.00387)	0.04469
mar-11	(0.04909)	(0.06704)	0.01795
abr-11	(0.18943)	(0.05555)	(0.13388)
may-11	0.23637	0.08756	0.14881
jun-11	(0.13861)	0.02136	(0.15997)
jul-11	0.18513	0.06443	0.12070
ago-11	(0.05083)	(0.08707)	0.03625
sep-11	(0.10815)	0.00226	(0.11042)
oct-11	0.07213	0.05083	0.02131
nov-11	(0.01132)	0.02388	(0.03520)
dic-11	0.03057	(0.01002)	0.04059
ene-12	0.06860	0.03460	0.03400
feb-12	0.15735	0.13644	0.02092
mar-12	(0.03625)	0.04022	(0.07647)
abr-12	(0.07856)	0.15712	(0.23568)
may-12	(0.11760)	(0.03586)	(0.08174)
jun-12	(0.03857)	0.12465	(0.16322)
jul-12	(0.00752)	0.02383	(0.03136)
ago-12	0.00833	0.03168	(0.02335)
sep-12	0.08090	0.02416	0.05674
oct-12	(0.02756)	0.00222	(0.02978)
nov-12	(0.03187)	0.25012	(0.28198)
dic-12	0.00457	0.07010	(0.06553)
ene-13	(0.04647)	0.08872	(0.13519)
feb-13	(0.11660)	0.01282	(0.12942)
mar-13	(0.07062)	0.01050	(0.08112)

abr-13	(0.15741)	0.03302	(0.19043)
may-13	(0.05220)	(0.00971)	(0.04249)
jun-13	0.08311	(0.07725)	0.16035
jul-13	(0.10681)	(0.03497)	(0.07184)
ago-13	0.07502	0.02759	0.04744
sep-13	(0.07786)	(0.03258)	(0.04529)
oct-13	(0.01731)	(0.09507)	0.07776
nov-13	(0.02436)	(0.05532)	0.03096
dic-13	(0.05179)	(0.00499)	(0.04680)
ene-14	(0.17421)	(0.02102)	(0.15318)
feb-14	0.03388	0.04337	(0.00948)
mar-14	(0.05251)	(0.06447)	0.01196
abr-14	0.10071	0.01977	0.08094
may-14	(0.05821)	0.00681	(0.06502)
jun-14	0.18172	(0.00335)	0.18507
jul-14	0.08207	0.02385	0.05822
ago-14	(0.00895)	(0.05499)	0.04603
sep-14	0.00052	0.01138	(0.01086)
oct-14	0.06412	0.00398	0.06014
nov-14	(0.03011)	(0.00410)	(0.02601)
dic-14	(0.13481)	(0.02427)	(0.11054)

Finalmente, se procede a calcular la prima por riesgo de mercado, la misma que se obtiene de diferenciar de la tasa máxima de interés en soles de la tasa libre de riesgo. Para esta última variable se considera el EMBIG<sup>3</sup> de Perú. Los datos son tomados de los reportes estadísticos del Banco Central de la Reserva del Perú. Los resultados se recogen en la tabla 6.

**Tabla 6: Cálculo de la Prima de Riesgo de Mercado**

Mes	Rf	Rm	Prima Rm
feb-11	1.46	18.58	17.12
mar-11	1.57	18.65	17.09
abr-11	1.92	18.51	16.59
may-11	1.87	18.49	16.62
jun-11	1.92	18.58	16.66
jul-11	1.71	18.54	16.83
ago-11	2.00	18.66	16.66
sep-11	2.37	18.72	16.34
oct-11	2.32	19.01	16.69
nov-11	2.14	18.85	16.71
dic-11	2.17	18.86	16.69
ene-12	2.19	19.03	16.84
feb-12	2.00	18.76	16.76
mar-12	1.66	19.01	17.36
abr-12	1.64	19.21	17.57
may-12	1.80	19.34	17.54
jun-12	1.88	19.62	17.73
jul-12	1.63	19.47	17.84
ago-12	1.33	19.41	18.08
sep-12	1.24	19.30	18.06
oct-12	1.08	19.33	18.26
nov-12	1.23	19.28	18.05
dic-12	1.18	19.09	17.91
ene-13	1.10	19.41	18.31

<sup>3</sup>Emerging Market Bond Index

feb-13	1.27	19.27	18.00
mar-13	1.40	19.08	17.68
abr-13	1.33	19.09	17.76
may-13	1.33	18.95	17.61
jun-13	1.80	18.81	17.01
jul-13	1.75	18.47	16.72
ago-13	1.91	18.12	16.21
sep-13	1.82	17.58	15.76
oct-13	1.73	16.65	14.92
nov-13	1.82	16.37	14.54
dic-13	2.22	15.88	13.66
ene-14	1.77	15.99	14.22
feb-14	1.83	15.81	13.98
mar-14	1.67	15.61	13.94
abr-14	1.54	15.53	13.99
may-14	1.49	15.61	14.12
jun-14	1.45	16.04	14.59
jul-14	1.47	15.93	14.46
ago-14	1.57	15.88	14.30
sep-14	1.50	15.69	14.19
oct-14	1.70	15.55	13.85
nov-14	1.65	15.61	13.96
dic-14	1.82	15.67	13.85

Una vez obtenidas las tres variables independientes que utiliza el modelo de Fama y French se pasa a estructurar la variable dependiente que es el Rendimiento Esperado (Re). Re es definido por (Marín & Rubio, 2011) como la expectativa del inversionista de recuperar su inversión tomando en cuenta dos elementos: 1) El costo de una inversión libre de riesgo y 2) La compensación por asumir un riesgo adicional al costo de un activo riesgo cero.

Haciendo la aplicación conceptual en este trabajo, el costo de la inversión libre de riesgo estaría definido por el EMBIG del Perú mientras que la compensación podría venir del mix de deudas (WACC) de cada empresa o por el tipo de interés máximo de endeudamiento, considerando que la disyuntiva de inversión empresarial es o con capital de terceros o propio, y siempre es preferible trabajar con dineros de otros por el menor riesgo propio que ello supone.

Así pues, la base de datos para trabajar el modelo de Fama & French queda definida como se expone en la tabla 7.

**Tabla 7: Base de Datos modelo de Fama & French**

Mes	RendEsperado	RiesgoMercado	RiesgoTamaño	RiesgoEfect-V
feb-11	20.04	17.12	0.14	4.47
mar-11	20.22	17.09	16.23	1.80
abr-11	20.44	16.59	5.67	(13.39)
may-11	20.37	16.62	(10.70)	14.88
jun-11	20.50	16.66	2.77	(16.00)
jul-11	20.25	16.83	(1.06)	12.07
ago-11	20.65	16.66	7.02	3.62
sep-11	21.09	16.34	(1.45)	(11.04)
oct-11	21.33	16.69	5.27	2.13
nov-11	20.99	16.71	(13.12)	(3.52)
dic-11	21.03	16.69	4.00	4.06
ene-12	21.22	16.84	6.30	3.40
feb-12	20.75	16.76	19.15	2.09
mar-12	20.67	17.36	0.06	(7.65)
abr-12	20.86	17.57	3.16	(23.57)
may-12	21.14	17.54	(8.97)	(8.17)
jun-12	21.50	17.73	5.99	(16.32)
jul-12	21.09	17.84	(1.29)	(3.14)
ago-12	20.74	18.08	(1.21)	(2.33)
sep-12	20.54	18.06	0.17	5.67
oct-12	20.41	18.26	3.94	(2.98)

nov-12	20.50	18.05	(3.73)	(28.20)
dic-12	20.26	17.91	(7.97)	(6.55)
ene-13	20.51	18.31	(9.18)	(13.52)
feb-13	20.54	18.00	3.63	(12.94)
mar-13	20.48	17.68	9.41	(8.11)
abr-13	20.42	17.76	11.51	(19.04)
may-13	20.28	17.61	2.84	(4.25)
jun-13	20.61	17.01	(6.86)	16.04
jul-13	20.22	16.72	(5.02)	(7.18)
ago-13	20.02	16.21	(21.51)	4.74
sep-13	19.41	15.76	2.22	(4.53)
oct-13	18.38	14.92	(12.84)	7.78
nov-13	18.19	14.54	1.28	3.10
dic-13	18.10	13.66	(4.75)	(4.68)
ene-14	17.76	14.22	4.34	(15.32)
feb-14	17.63	13.98	1.12	(0.95)
mar-14	17.29	13.94	2.54	1.20
abr-14	17.07	13.99	(2.61)	8.09
may-14	17.11	14.12	1.66	(6.50)
jun-14	17.50	14.59	3.17	18.51
jul-14	17.40	14.46	(4.22)	5.82
ago-14	17.45	14.30	0.36	4.60
sep-14	17.19	14.19	3.97	(1.09)
oct-14	17.26	13.85	5.50	6.01
nov-14	17.26	13.96	0.95	(2.60)
dic-14	17.49	13.85	1.80	(11.05)

La ecuación de Fama & French queda definida de la siguiente manera:

$$E(R_e) = 5.12 + 0.89 * (E(R_m) - R_f) + 0.00083 * E_{(SMB)} + 0.0042 * E_{(HML)}$$

ee	1.03	0.06	0.01287	0.00986
t	4.99	14.09	0.06	0.43
prob.	$1.01^{-5}$	$1.01^{-17}$	0.95	0.67
$\alpha =$	0.05			

Se puede apreciar que el modelo sólo es significativo para la tasa libre de riesgo y para la prima de mercado mientras que para los regresores SMB y HML no son significativos. Lo cual llevaría a concluir que el modelo de Fama & French no presenta aplicabilidad para explicar de mejor forma el rendimiento esperado de los activos financieros en Perú.

Buscando alguna evidencia estadística mayor que pueda explicar esta falta de aplicación se han generado las matrices de correlación y covarianza, las cuales se presentan y se explican a continuación.

**Tabla 8: Matriz de Correlación**

	RendEsperado	RiesgoMercado	RiesgoTamaño	RiesgoEfect-V
RendEsperado	1			
RiesgoMercado	0.912786806	1		
RiesgoTamaño	0.03777983	0.032962265	1	
RiesgoEfect-V	-0.216459432	-0.283483758	-0.02050048	1

El regresor de la prima por riesgo de mercado es el único componente que presenta mayor asociación lineal con respecto al rendimiento esperado y por tanto el que mejor define el comportamiento de las expectativas de retorno de los inversionistas.

El regresor SMB presenta la más baja asociación lineal con el rendimiento esperado (0.037) y por tanto se concluye que ese estimador no representa un elemento significativo para el caso peruano.

El regresor HML presenta una relación inversa con respecto al rendimiento esperado, sin embargo ese vínculo es muy débil (-0.216) pues no supera el 0.60 como para suponer alguna evidencia de asociación y por tanto tampoco es significativo para el caso peruano.

**Tabla 9: Matriz de Covarianza**

	<i>RendEsperado</i>	<i>RiesgoMercado</i>	<i>RiesgoTamaño</i>	<i>RiesgoEfect-V</i>
RendEsperado	2.207373767			
RiesgoMercado	2.080055816	2.352531206		
RiesgoTamaño	0.235127633	0.267469379	52.68517731	
RiesgoEfect-V	-3.821302054	-4.742536883	-11.15425969	99.37386848

La matriz de covarianza conduce a las siguientes conclusiones:

- El rendimiento esperado depende directamente de la prima de riesgo de mercado
- El rendimiento esperado y la prima HML se mueven en sentidos contrarios, a grandes valores de HML los efectos sobre el rendimiento esperado son mínimos y viceversa.
- La prima SMB y el rendimiento esperado tienen un factor de dependencia más cercano a cero (0.2351) lo cual quiere decir de que la relación lineal entre ambas variables es mínima, ello explica el coeficiente de correlación de 0.03 (mostrado en la tabla 8).

La falta de significancia del modelo se puede explicar también porque dentro de las carteras se están considerando acciones cuyo precio tienen alta volatilidad y por tanto presentan distorsiones específicamente en el regresor HML dado que sesga el modelo o bien hacia valores altos o bajos.

Por otro lado, dado que se está considerando la tasa libre de riesgo dentro de  $R_e$  se podría desprejar del modelo como una constante arbitraria y dejar al modelo con tres regresores: Prima de Riesgo, Prima SMB y Prima HML. De manera que la Ecuación 2 quedaría replanteada de la siguiente manera para esta nueva estimación

$$E(R_e) = \beta_i * (E(R_m) - R_f) + \beta_{smb} * E(SMB) + \beta_{HML} * E(HML) \quad (\text{Ec. 6})$$

Adicionalmente hay empresas que presentan un valor efecto mayor que uno, lo cual quiere decir que se encuentran sobrevaloradas a nivel contable por el efecto de costo histórico que hace suponer que la empresa tiene capacidad instalada para ser explotada pero que no transmite información sobre su obsolescencia o su verdadero aporte sobre el retorno del negocio.

Tomando en cuenta estos dos elementos se van a proceder a eliminar todos aquellos instrumentos que se encuentren enmarcados dentro de las definiciones anteriores y se procederá a recrear el modelo de Fama & French para revisar si con ello se logra algún cambio positivo sobre la relevancia del modelo.

Las empresas que se considerarán para este nuevo análisis son:

- MINSUR S.A.
- INVERSIONES CENTENARIO S.A.A
- CORPORACIÓN LINDLEY S.A
- CONSORCIO CEMENTERO DEL SUR S.A
- LIMA CAUCHO S.A
- CORPORACIÓN ACEROS AREQUIPA S.A
- EMPRESA AGROINDUSTRIAL POMALCA C.A.A
- TELEFÓNICA DEL PERÚ S.A.A
- ALICORP
- CEMENTOS PASCAMAYO
- VOLCAN COMPAÑÍA MINERA S.A.A
- COMPAÑÍA MINERA ATACUCHA S.A.A

Recalculando cada uno de los parámetros para la construcción del modelo de Fama & French se tiene los siguientes resultados.



**Tabla 10: Carteras por Tamaño de Empresa**

Num Decil	Posición	Empresas por Posición	
1	1	LimaCaucho	<b>EMPRESAS PEQUEÑAS</b>
2	2	CementerioSur	
3	4	Centenario	
4	5	Atacocha	
5	6	Pomalca	
6	7	Pascamayo	<b>EMPRESAS GRANDES</b>
7	8	Alicorp	
8	10	MinSur	
9	11	Volcan	
10	12	TelefónicaDelPerú	

**Tabla 11: Cálculo de la Prima Small minus Big ( $E_{SMB}$ )**

Mes	Rend. EmpPeq	RendEmp Gr	SMB
feb-11	0.02441379	0.026291153	-0.001877362
mar-11	-0.085280665	-0.053767501	-0.031513164
abr-11	-0.178772828	-0.164013956	-0.014758872
may-11	0.127970797	0.045898829	0.082071969
jun-11	-0.081330002	-0.094738677	0.013408675
jul-11	0.061722551	0.130674968	-0.068952416
ago-11	-0.039340473	-0.115265283	0.07592481
sep-11	-0.068109635	-0.059289075	-0.00882056
oct-11	0.023930209	0.008081207	0.015849002
nov-11	-0.015459146	0.06717495	-0.082634097
dic-11	-0.042304117	-0.022594224	-0.019709893
ene-12	0.100003336	0.104002329	-0.003998993
feb-12	0.034568615	-0.00709914	0.041667755
mar-12	-0.033554732	-0.01049124	-0.023063492
abr-12	-0.056360594	-0.062765637	0.006405043
may-12	-0.107410354	-0.008913299	-0.098497055
jun-12	-0.049267957	-0.050039454	0.000771497
jul-12	-0.09024672	-0.035410097	-0.054836622
ago-12	0.103756832	0.005393469	0.098363362
sep-12	-0.025078511	0.035214629	-0.060293141
oct-12	-0.050186394	-0.024948073	-0.025238321
nov-12	-0.164687061	-0.024181504	-0.140505556
dic-12	-0.017704291	0.113970944	-0.131675235
ene-13	-0.006300246	0.055297122	-0.061597368
feb-13	-0.007551507	-0.054487182	0.046935674
mar-13	-0.126244065	-0.048327971	-0.077916093
abr-13	-0.128564025	-0.148691801	0.020127776
may-13	-0.049850896	-0.109158986	0.05930809
jun-13	0.075127501	0.031995361	0.04313214
jul-13	-0.056499111	-0.0129781	-0.043521011
ago-13	0.015583493	0.128699353	-0.11311586
sep-13	-0.030111379	-0.047043916	0.016932537
oct-13	-0.03937537	0.056482458	-0.095857829
nov-13	-0.015343427	-0.075945678	0.060602251
dic-13	-0.008843996	0.039768705	-0.048612701

ene-14	-0.095604159	-0.022901136	-0.072703023
feb-14	0.083686257	-0.006333286	0.090019543
mar-14	-0.002889278	-0.06068913	0.057799852
abr-14	0.061287709	0.0300439	0.031243809
may-14	0.176933352	0.015006511	0.161926841
jun-14	0.124106021	-0.007203452	0.131309473
jul-14	-0.021226764	0.04991434	-0.071141104
ago-14	0.008841217	0.009277144	-0.000435927
sep-14	0.022108099	-0.07551691	0.097625009
oct-14	-0.011570257	-0.046536063	0.034965806
nov-14	-0.04181811	-0.018691576	-0.023126534
dic-14	0.000672377	-0.033473426	0.034145803

Tabla 12: Carteras por Efecto Valor

Num Decil	Posición	Empresas por Posición	
1	1	Centenario	<b>EFFECTO VALOR MÁS BAJO</b>
2	2	Alicorp	
3	4	CementerioSur	
4	5		
5	6		<b>EFFECTO VALOR MÁS ALTO</b>
6	7		
7	8		
8	10	Volcan	
9	11	Atacocha	
10	12	Pomalca	

Tabla 13: Cálculo de la Prima High Minus Low ( $E_{HML}$ )

Mes	EfectValueAlto	EfectValueBajo	RiesgoEfectValue
feb-11	0.04414	(0.01415)	0.05829
mar-11	(0.05088)	(0.06906)	0.01819
abr-11	(0.21583)	(0.02057)	(0.19526)
may-11	0.05396	0.00301	0.05095
jun-11	(0.13922)	(0.01172)	(0.12750)
jul-11	0.14917	0.10267	0.04650
ago-11	(0.06153)	(0.10316)	0.04163
sep-11	(0.14458)	0.03208	(0.17666)
oct-11	0.03736	0.08810	(0.05074)
nov-11	0.20303	(0.05062)	0.25365
dic-11	(0.07311)	0.01945	(0.09255)
ene-12	0.15943	0.05442	0.10501
feb-12	0.01767	0.06096	(0.04329)
mar-12	0.03351	0.04017	(0.00666)
abr-12	(0.13668)	0.04922	(0.18589)
may-12	(0.04045)	(0.03915)	(0.00130)
jun-12	(0.02948)	0.01171	(0.04118)
jul-12	(0.04161)	(0.02435)	(0.01726)
ago-12	(0.03532)	0.00227	(0.03758)
sep-12	0.05417	0.02426	0.02991
oct-12	(0.12940)	0.04324	(0.17264)
nov-12	(0.04065)	0.07973	(0.12039)
dic-12	0.04279	0.00400	0.03880
ene-13	0.02411	0.05421	(0.03010)
feb-13	(0.10469)	0.03327	(0.13796)
mar-13	(0.07312)	0.02997	(0.10309)
abr-13	(0.22734)	0.02871	(0.25606)
may-13	(0.26520)	(0.02298)	(0.24222)
jun-13	0.06917	(0.03608)	0.10525
jul-13	(0.08601)	(0.01944)	(0.06657)
ago-13	0.14745	0.06087	0.08658
sep-13	(0.08973)	(0.02629)	(0.06344)
oct-13	0.03358	(0.04168)	0.07526

nov-13	(0.12195)	(0.00040)	(0.12155)
dic-13	0.00810	0.03939	(0.03130)
ene-14	(0.02768)	(0.03756)	0.00988
feb-14	0.02689	(0.00200)	0.02889
mar-14	(0.05647)	(0.05582)	(0.00066)
abr-14	(0.03625)	0.04596	(0.08221)
may-14	0.06486	0.01646	0.04840
jun-14	0.03806	(0.00468)	0.04274
jul-14	0.05675	0.02224	0.03451
ago-14	(0.03821)	(0.07035)	0.03214
sep-14	(0.10359)	0.03234	(0.13593)
oct-14	(0.13210)	(0.01146)	(0.12065)
nov-14	(0.08039)	(0.03102)	(0.04938)
dic-14	(0.05810)	(0.05294)	(0.00516)

Dado que la prima por Riesgo de Mercado es la misma, se obtiene la siguiente base de datos con la que se vuelve a correr el modelo de Fama & French.

**Tabla 14: Base de Datos modelo de Fama & French**

Mes	RendEsperado	RiesgoMercado	RiesgoTamaño	RiesgoEfect-V
feb-11	20.04	17.12	(0.19)	5.83
mar-11	20.22	17.09	(3.15)	1.82
abr-11	20.44	16.59	(1.48)	(19.53)
may-11	20.37	16.62	8.21	5.10
jun-11	20.50	16.66	1.34	(12.75)
jul-11	20.25	16.83	(6.90)	4.65
ago-11	20.65	16.66	7.59	4.16
sep-11	21.09	16.34	(0.88)	(17.67)
oct-11	21.33	16.69	1.58	(5.07)
nov-11	20.99	16.71	(8.26)	25.37
dic-11	21.03	16.69	(1.97)	(9.26)
ene-12	21.22	16.84	(0.40)	10.50
feb-12	20.75	16.76	4.17	(4.33)
mar-12	20.67	17.36	(2.31)	(0.67)
abr-12	20.86	17.57	0.64	(18.59)
may-12	21.14	17.54	(9.85)	(0.13)
jun-12	21.50	17.73	0.08	(4.12)
jul-12	21.09	17.84	(5.48)	(1.73)
ago-12	20.74	18.08	9.84	(3.76)
sep-12	20.54	18.06	(6.03)	2.99
oct-12	20.41	18.26	(2.52)	(17.26)
nov-12	20.50	18.05	(14.05)	(12.04)
dic-12	20.26	17.91	(13.17)	3.88
ene-13	20.51	18.31	(6.16)	(3.01)
feb-13	20.54	18.00	4.69	(13.80)
mar-13	20.48	17.68	(7.79)	(10.31)
abr-13	20.42	17.76	2.01	(25.61)
may-13	20.28	17.61	5.93	(24.22)
jun-13	20.61	17.01	4.31	10.53
jul-13	20.22	16.72	(4.35)	(6.66)
ago-13	20.02	16.21	(11.31)	8.66
sep-13	19.41	15.76	1.69	(6.34)
oct-13	18.38	14.92	(9.59)	7.53
nov-13	18.19	14.54	6.06	(12.15)
dic-13	18.10	13.66	(4.86)	(3.13)

ene-14	17.76	14.22	(7.27)	0.99
feb-14	17.63	13.98	9.00	2.89
mar-14	17.29	13.94	5.78	(0.07)
abr-14	17.07	13.99	3.12	(8.22)
may-14	17.11	14.12	16.19	4.84
jun-14	17.50	14.59	13.13	4.27
jul-14	17.40	14.46	(7.11)	3.45
ago-14	17.45	14.30	(0.04)	3.21
sep-14	17.19	14.19	9.76	(13.59)
oct-14	17.26	13.85	3.50	(12.06)
nov-14	17.26	13.96	(2.31)	(4.94)
dic-14	17.49	13.85	3.41	(0.52)

La ecuación de Fama & French queda definida de la siguiente manera:

$$E(R_e) = 1.20 * (E(R_m) - R_f) + 0.024 * E(SMB) + 0.0199 * E(HML)$$

ee	0.0073	0.0167	0.0115
t	163.77	1.450	1.7296
prob.	$6.19^{-63}$	0.15	0.09
$\alpha =$	0.05		

Se puede apreciar que el modelo sólo es significativo para la prima de mercado a un nivel de 5%. Si se ampliase la significancia hasta un 10% se puede apreciar que el modelo HML también se puede incluir en la predicción del Re, no así con SMB el cual no es significativo, con esto se puede concluir que la estimación del Re en Perú se puede considerar como función de la prima de riesgo y del efecto valor. No así con el tamaño el cual no muestra mayor aporte para ser considerado dentro de la formación de expectativas de rendimiento de los inversionistas.

Con la aplicación de los cambios sugeridos en la Ecuación 3, se logra un mejor coeficiente de correlación (0.999 versus 0.913), un mejor  $R^2$  (0.975 versus 0.822), y una mejor significancia global del modelo ( $2.52^{-61}$  versus  $8.45^{-17}$ ). Lo cual es un aporte valioso para sostener que este modelo transformado de la ecuación original de Fama & French es un mejor estimador. Nótese que aunque el parámetro SMB resulta no significativo, está más cercano de ser aceptado si se cambia la confianza a 90% que con respecto al obtenido inicialmente. Adicionalmente el mejor ajuste que se presenta con la eliminación de las empresas cuyos precios de acciones y estructura presentaban problemas sostiene que las hipótesis presentadas para mejorar la predicción del modelo estaban cimentadas apropiadamente sobre la interpretación teórica de la valoración de activos financieros.

La interpretación de los coeficientes positivos en SMB y HML indican que ambas variables aportan con una expectativa de mayor rendimiento, aunque su impacto es mínimo están contribuyendo a un mejor Re.

A continuación se pasa revisión sobre las matrices de correlación y de covarianza para emitir conclusiones finales sobre la transformación planteada.

**Tabla 15: Matriz de Correlación**

	RendEsperado	RiesgoMercado	RiesgoTamaño	RiesgoEfect-V
RendEsperado	1			
RiesgoMercado	0.912786806	1		
RiesgoTamaño	-0.315626747	-0.326506419	1	
RiesgoEfect-V	-0.079868657	-0.164193579	-0.15483893	1

El regresor de la prima por riesgo de mercado se mantiene como el mejor estimador para el rendimiento esperado.

El regresor SMB ha mejorado su nivel de asociación lineal en detrimento del HML, sin embargo, en ambos casos no existe mayor relación con el rendimiento esperado. Ahora ambos parámetros se encuentran vinculados de forma inversa con el rendimiento esperado, esto quiere decir que para que Re sea el máximo posible es de esperarse que tanto el tamaño como el efecto valor sean los menores posibles para el mercado peruano. Sin

embargo, para poder sostener la pertinencia de ambas variables en la ecuación de Fama & French, conviene revisar la matriz de covarianza para chequear que información adicional se puede obtener sobre la validez del modelo transformado.

**Tabla 16: Matriz de Covarianza**

	<i>RendEsperado</i>	<i>RiesgoMercado</i>	<i>RiesgoTamaño</i>	<i>RiesgoEfect-V</i>
RendEsperado	2.207373767			
RiesgoMercado	2.080055816	2.352531206		
RiesgoTamaño	-3.197257552	-3.414485746	46.48702643	
RiesgoEfect-V	-1.182419403	-2.509464714	-10.51969798	99.29204492

La matriz de covarianza conduce a las siguientes conclusiones:

- El rendimiento esperado depende directamente de la prima de riesgo de mercado
- El rendimiento esperado y la prima HML así como la prima SMB se mueven en sentidos contrarios, a grandes valores de HML y SMB los efectos sobre el rendimiento esperado son mínimos y viceversa. Adicionalmente, el hecho de que todos los cocientes de covarianza sean mayores a cero implica que se puede confiar en la inclusión de ellos para el nuevo modelo propuesto.

### **Conclusiones**

Una vez revisada la teoría y aplicándola a la realidad del mercado peruano, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- El modelo de Fama & French es un modelo novedoso para determinar el rendimiento esperado de un activo financiero, considera otros parámetros que dentro de mercados financieros desarrollados puede convertirse en fuente de información relevante para monitorear la correlación de fuerzas entre empresa grandes y pequeñas (por recursos propios y por tamaño) y el aporte de ellas para determinar un Re más justo y real para el inversionista.
- La aplicación estricta del modelo de Fama & French en el mercado peruano no provee de suficiente información para poder comparar el efecto de empresas grandes y pequeñas en la formación del Re para Perú.
- Esta falta de significancia del modelo de Fama & French puede deberse también a las características propias del mercado de valores de Perú, matizados por la participación recurrente de las mismas empresas, las cuales tienen un ciclo de vida muy cercano a la madurez y por tanto no se puede ver mayor diversidad de tamaño o valor.
- Los mayores participantes del mercado bursátil en Perú son los mismos Bancos, de manera que esta puede ser una motivación adicional para que no se vea un mayor despegue del movimiento bursátil y por tanto no se vean otros indicadores para la valoración de activos de capital a más de los fundamentos de mercado y riesgo país.
- La transformación propuesta para el modelo de Fama & French supone una mejor estimación del Re, sin embargo, los estimadores SMB y HML tienen que ser forzados a un nivel de significancia menor que a la relación con el estimador de prima de riesgo. Dado la poca participación de empresas en el mercado de valores no se puede tener carteras más diversas que permitan monitorear de mejor forma esos dos efectos. Sin embargo, el valor de predicción de ese modelo puede suponer una alternativa importante para valorar activos de capital sobre todo para inversionistas cuya formación de expectativas incluya como compensación esperada al menos el costo financiero de la deuda en el mercado financiero.

## Bibliografía

- Brighman, E., & Ehrhardt, M. (2013). The Fama - French Three - Factor Model. En E. Brighman, & M. Ehrhardt, *Financial Management: Theory & Practice* (pág. 271). Canada: Cengage Learnin.
- Cepeda, E. (30 de Marzo de 2007). *Cálculo Estocástico y Finanzas de Mercado*. Obtenido de AMARUN: <http://www.amarun.org/pdf/articulos/ECepeda-Art-01.pdf>
- Marín, J., & Rubio, G. (2011). El modelo de valoración de activos financieros con cartera de mercado: el CAPM. En J. Marín, & G. Rubio, *Economía Financiera* (págs. 300 - 301). Barcelona: Antoni Bosch.
- Rubio, F. (Diciembre de 2004). *Modelo de tres factores en España*. Obtenido de Repositorio Universidad de Valparaíso: <http://128.118.178.162/eps/fin/papers/0501/0501001.pdf>
- Schiebl, C. (2014). Fama and French three factor model. En C. Schiebl, *Value Stocks beat Growth Stocks: An empirical analysis for the German Stock Market* (págs. 17 - 19). Hamburg: Anchor Academic Publishing.
- Valls Martínez, M. (2001). Las modernas teorías financieras, examen de su aplicación a la valoración de sociedades anónimas que cotizan en bolsa. *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa*, 37 - 56.
- Walker, E. (19 de Febrero de 2003). *Costo de Capital para empresas reguladas en Chile*. Obtenido de Ministerio de Economía de Chile: [http://www.economia.gob.cl/1540/articles-187016\\_recurso\\_1.pdf](http://www.economia.gob.cl/1540/articles-187016_recurso_1.pdf)
- Fama, Eugene & French, Kenneth (1996). "The CAPM is wanted, dead or alive". *The Journal of Finance*. Vol. 51, No 5. p 1947 – 1957.
- Ross, Stephen (1976). "The arbitraje theory of capital asset pricing". *Journal of Economic Theory* 13. p. 1341 – 1360
- Jegadeesh, N y S. Titman (1993). "Return of buying winners and selling losers: implications for stock market efficiency". *The Journal of Finance*. Vol. 49, No. 5. p.1541 - 1578
- Fama, Eugene & French, Kenneth (1994). Multifactor Portfolio Efficiency and Multifactor Asset Pricing, Manuscript, Graduate School of Business, University of Chicago.
- Fama, Eugene & French, Kenneth (1995) "Size and book-to-market factors in earnings and returns". *The Journal of Finance*. Vol. 50, No 1. p 131 – 155.
- Sharpe, W. (1964). "Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk". *Journal of Finance*, Vol. 19 No. 3, Blackwell Publishing, Oxford.
- Black, Fisher (1993). "Estimating expected return". *Financial Analysts Journal*, volume 49, No 5, 36 - 38
- Black, Fisher (1993). "Return and Beta". *Journal of Portfolio Management*, 20, 8 - 18
- Chan, K.C.L. & Chen, Nai-Fu (1991). "Structural and return characteristics of small and large firms". *Journal of Finance*, 46, 1467 - 1484
- De Bondt, W. & Thaler R (1987). "Further evidence on investor overreaction and stock market seasonality". *The Journal of Finance*, vol 42, No 2, 557 - 582
- Fama, Eugene & French, Kenneth (1992). "The cross section of expected stock returns". *The Journal of Finance*, vol 47, No 2, 427 - 465
- Fama, Eugene & French, Kenneth (1993). "Common risk factors in the returns on stocks and bonds". *Journal of Financial Economics* 33, 3 - 56
- Rogers, P. y Securato, J. (2007a). "Reward Beta Approach: A Review". Social Science Research Network, Working Paper No. 1019845, Sao Paulo, Brasil.
- Rogers, P. y Securato, J. (2007b). "Comparative Study of CAPM, Fama and French Model and Reward Beta Approach in the Brazilian Market". Social Science Research Network, Working Paper No. 1027134, Sao Paulo, Brasil.

Rubio, F. (1997). "Corte transversal de los retornos esperados en el mercado accionario Chileno entre Enero de 1981 y Abril de 1994". Tesis para optar al Grado de Magíster en Administración, mención Finanzas, Escuela de Graduados, Universidad de Chile.

Bornholt, G. (2006). "Expected Utility and Mean–Risk Asset Pricing Models". Social Science Research Network, Working Paper No. 921323, Queensland, Australia.

Markowitz, H. (1952). "Portfolio Selection". Journal of Finance. Vol. 7 No. 1, Blackwell Publishing, Oxford.

Markowitz, H. (1952). "Portfolio Selection". Journal of Finance. Vol. 7 No. 1, Blackwell Publishing, Oxford.